

دفترچه شماره ۱



آزمون

۷



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۹/۲۸

# آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

تعداد سؤال: ۴۰      مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	—	فصل ۵ (پیوستگی)	فصل ۴ (تا ابتدای مشتق تابع مرکب، صفحه ۹۶)
هندسه	—	فصل ۲	فصل ۲ (درس ۳: سهمی) (صفحه ۵۰ تا ۵۹)
گسسته	—	فصل ۴ (آمار استنباطی)	فصل ۲ (از ابتدای احاطه‌گری تا انتهای فصل) (از صفحه ۴۳ تا انتهای فصل)

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۴-۱۴۰۵

## ریاضیات

۱- خط  $y = 2x + a$  در نقطه  $x = 2$  بر نمودار  $f$  مماس است. به ازای کدام مقدار  $a$  تساوی  $f'(2) + 2f(2) = 6$  برقرار است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۳

۲- اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{3x - [x]}}{(x-1)^2}$  باشد، مقدار  $f'_+(2)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$  (۲)  $\frac{7}{2}$  (۳)  $\frac{-11}{4}$  (۴)  $\frac{-13}{4}$

۳- اگر  $f(x) = \frac{a|x^2 + b|}{[2x]}$  و  $f'_+(1) - f'_-(1) = 6$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۴- خط  $y = ax + b$  در نقطه  $x = -1$  بر نمودار تابع  $f(x) = \frac{ax + 2}{x + 2}$  مماس است. مقدار  $ab$  کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) -۴ (۴) ۴

۵- اگر  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x}}$  باشد، حاصل  $f(x) + 2xf'(x)$  کدام است؟

- (۱)  $2x\sqrt{x}$  (۲)  $4x\sqrt{x}$  (۳)  $2\sqrt{x}$  (۴)  $4\sqrt{x}$

۶- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^3 - x & x \geq 1 \\ x - x^2 & x < 1 \end{cases}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1-h) - f(1+2h)}{h}$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۳

۷- کدام یک از خطوط زیر می‌تواند موازی یکی از خطوط مماس بر منحنی  $y = 3x - \cos^2 x$  باشد؟

(۱)  $y = x$

(۲)  $y = -x$

(۳)  $y = 3x$

(۴)  $y = -3x$

۸- تابع  $f(x) = \begin{cases} a + |x| & x \leq 1 \\ b\sqrt{x^2} & x > 1 \end{cases}$  فقط یک نقطه گوشه دارد. مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

۹- اگر  $f(x) = \frac{\sin x - \cos x}{1 + \sqrt{\tan x}}$  باشد، مقدار  $f'(\frac{\pi}{4})$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۱۰- در نقطه تلاقی منحنی‌های  $f(x) = \sin x + 2 \cos x$  و  $g(x) = 3 \sin x$  در بازه  $[0, \frac{\pi}{4}]$  خطی مماس بر نمودار  $f$  رسم نموده‌ایم. طول

نقطه برخورد خط مماس با محور  $x$ ‌ها کدام است؟

- (۱)  $3 + \frac{\pi}{4}$  (۲)  $2 + \frac{\pi}{4}$  (۳)  $3 + \frac{\pi}{2}$  (۴)  $2 + \frac{\pi}{2}$

۱۱- نمودار تابع  $f(x) = x^2 |x-2|$  نمودار تابع مشتق خود را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲- خط  $y = mx$  در نقطه‌ای به طول  $a$  بر منحنی  $f(x) = x^2 \sqrt{x} + 12\sqrt{x}$  مماس است.  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳- تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & x \neq 2 \\ 6 & x = 2 \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است. اگر  $f(4) = 0$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) ۳

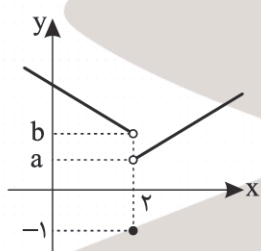
۱۴- تابع  $f(x) = [\sin \frac{\pi x}{3}]$  در بازه  $(0, 9)$  در دو نقطه حد دارد ولی پیوسته نیست. مجموع طول این دو نقطه کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۱۵- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x}{x^3 + ax} & x \neq 0 \\ \frac{2a+1}{a+2} & x = 0 \end{cases}$  روی مجموعه اعداد حقیقی پیوسته باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2a} f(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{5}$  (۲)  $\frac{3}{5}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴) صفر

۱۶- نمودار تابع  $f+g$  به صورت زیر است. اگر  $(f-g)(x) = \frac{[-2x]}{x+[x]}$  و تابع  $f$  در نقطه  $x=2$  پیوسته باشد، مقدار  $b+a$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{5}{6}$   
(۲)  $\frac{7}{6}$   
(۳)  $\frac{5}{12}$   
(۴)  $\frac{7}{12}$

محل انجام محاسبات

۱۷- به ازای چند مقدار حقیقی  $a$  تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x+2} & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  پیوسته است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۱۸- نوع پیوستگی تابع  $f(x) = \begin{cases} x + [-x] + 1 & \text{زوج } [x] \\ |x - [2x]| & \text{فرد } [x] \end{cases}$  در نقطه  $x = 2$  چگونه است؟

- (۱) فقط پیوستگی راست دارد. (۲) فقط پیوستگی چپ دارد.

- (۳) نه از راست پیوسته است و نه از چپ. (۴) پیوسته است.

۱۹- بازتاب خط  $\Delta: x - 2y = 5$  نسبت به خط  $d: ax - by + 2 = 0$  خط  $\Delta': 2x + y = 1$  است. مقدار  $a + 2b$  برابر کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۲۰- در مثلث  $\Delta ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = 1/8$ ,  $AC = 2/4$ ) نقطه  $M$  وسط ضلع  $BC$  است. این مثلث را با بردار  $\overline{AT}$  که در جهت بردار

$\overline{AM}$  است، انتقال می‌دهیم. اگر مساحت مثلث قائم‌الزاویه محدود بین مثلث اولیه و مثلث جدید  $\frac{4}{9}$  مساحت مثلث اولیه باشد، اندازه

برداری انتقال  $\overline{AT}$  برابر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

۲۱- مثلث  $\Delta ABC$  ( $AB = 4\sqrt{3}$ ,  $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $AC = 4$ ) را حول رأس  $A$  با زاویه  $90^\circ$  در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران

می‌دهیم. اگر  $M$  وسط  $BC$  باشد، آنگاه فاصله  $M$  از تصویر خودش تحت این دوران برابر کدام است؟

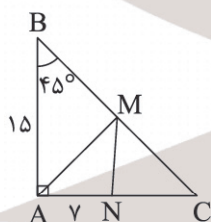
- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳)  $4\sqrt{2}$  (۴)  $8\sqrt{2}$

۲۲- کدام گزینه نادرست است؟

(۱) تجانس همواره جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند. (۲) تجانس همواره اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند.

(۳) تجانس همواره شیب خط‌ها را حفظ می‌کند. (۴) دو شکل متشابه، همواره متجانس‌اند.

۲۳- نقطه  $M$  روی وتر  $BC$  در مثلث قائم‌الزاویه  $\Delta ABC$  تغییر مکان می‌دهد. کمترین مقدار ممکن برای محیط مثلث  $\Delta AMN$  برابر کدام است؟



- (۱)  $15\sqrt{2}$

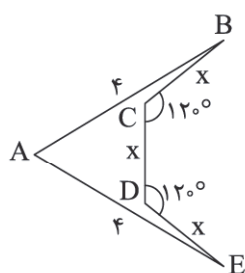
- (۲) ۲۴

- (۳)  $17\sqrt{2}$

- (۴) ۲۰

محل انجام محاسبات

۲۴- می خواهیم مساحت شکل زیر را بدون تغییر محیط افزایش دهیم. اگر میزان افزایش مساحت برابر  $6\sqrt{3}$  باشد، محیط زمین اولیه



چقدر بوده است؟ ( $x \neq 2, BC = CD = DE = x$ )

۱۰ (۱)

۱۲ (۲)

۱۴ (۳)

۱۶ (۴)

۲۵- در سهمی  $4y - 3 = 2y^2 - 3x$  معادله خط هادی کدام است؟

$24x + 1 = 0$  (۲)

$x = -24$  (۱)

$x = 24$  (۴)

$24x - 1 = 0$  (۳)

۲۶- یک سهمی به کانون  $F(-1, 1)$ ، از نقطه  $M(2, 5)$  می گذرد. کدام نقطه نمی تواند رأس این سهمی باشد؟

- (۱)  $(3, 1)$
- (۲)  $(-2, 1)$
- (۳)  $(-1, 0.5)$
- (۴)  $(-1, 3/5)$

۲۷- وتر از سهمی به معادله  $y^2 - 4y - 4x + m = 0$  که در کانون بر محور آن عمود باشد، قطری از دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 4y + k = 0$  است. حاصل  $m + k$  کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۲
- (۳) -۲
- (۴) ۴

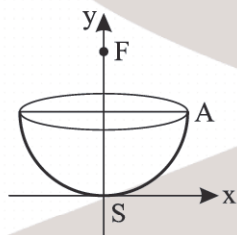
۲۸- هر پرتو نوری که از نقطه  $(1, -2)$  بر یک آینه سهموی به معادله  $y^2 + 4y + 2x + m = 0$  می تابد، موازی با محور  $x$ ها بازتاب می یابد. مقدار  $m$  کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) -۱
- (۳) -۳
- (۴) ۳

۲۹- سهمی  $y^2 + 4x = 7 + 2y$  مکان هندسی مرکز دایره هایی است که همه این دایره ها بر خط ثابت  $x = k$  مماس و از نقطه ثابت  $S$  می گذرند. مجموع طول و عرض  $S$  برابر کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) -۳
- (۳) ۱
- (۴) ۲

۳۰- در دیش مخابراتی زیر، عمق دهانه دیش ۴ سانتی متر است. اگر فاصله نقطه  $A$  تا رأس  $S$  برابر  $2\sqrt{29}$  باشد، مختصات کانون دیش مخابراتی کدام است؟



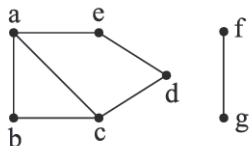
(۱)  $(5/25, 0)$

(۲)  $(5, 0)$

(۳)  $(6/5, 0)$

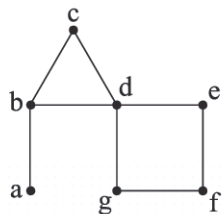
(۴)  $(6/25, 0)$

محل انجام محاسبات



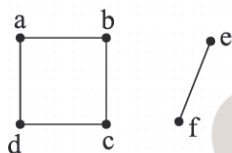
۳۱- عدد احاطه‌گری گراف زیر کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵



۳۲- در گراف زیر کدام مجموعه، احاطه‌گر غیرمینیمال است؟

- (۱)  $\{b, d, e\}$
- (۲)  $\{d, f\}$
- (۳)  $\{a, c, g, e\}$
- (۴)  $\{b, f, g\}$

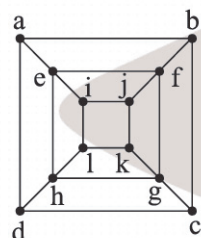


۳۳- گراف زیر چند مجموعه احاطه‌گر دارد؟

- (۱) ۲۲
- (۲) ۳۰
- (۳) ۳۳
- (۴) ۴۵

۳۴- عدد احاطه‌گری گراف  $G$  از مرتبه ۱۲ برابر ۲ است. حداکثر تعداد یال‌های این گراف کدام است؟

- (۱) ۵۰
- (۲) ۵۵
- (۳) ۶۰
- (۴) ۶۵



۳۵- گراف زیر چند  $7$ -مجموعه دارد؟

- (۱) ۴
- (۲) ۸
- (۳) ۱۲
- (۴) ۱۶

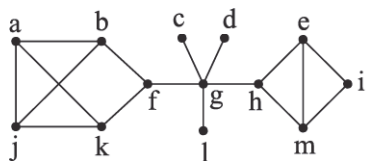
۳۶- در گراف  $C_n$  عدد احاطه‌گری برابر ۱۷ است. اگر  $k \in \mathbb{N}$  و  $n = 6k + 1$  باشد، تعداد یال‌های این گراف دارای کدام ویژگی است؟

- (۱) مربع کامل است.
- (۲) عددی اول است.
- (۳) مضرب ۵ است.
- (۴) مکعب کامل است.

محل انجام محاسبات

۳۷- در گراف شکل زیر چند مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای این گراف وجود دارد به طوری که همسایگی‌های بسته اعضای این مجموعه‌ها،

افزای برای مجموعه رئوس این گراف باشد؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۶

۳۸- در یک نمونه‌گیری سامانمند از بین ۳۳۰ نفر، نفرات چهارم و صد و بیست و هشتم انتخاب شده‌اند. تعداد اعضای نمونه کدام می‌تواند باشد؟

(۴) ۵۰

(۳) ۴۰

(۲) ۳۰

(۱) ۲۰

۳۹- برای برآورد میانگین اعضای یک جامعه، بار اول نمونه‌های ۸ عضوی و بار دوم نمونه‌های ۱۸ عضوی انتخاب می‌کنیم. انحراف معیار

میانگین نمونه‌ها در نمونه‌گیری اول چند برابر نمونه‌گیری دوم است؟

(۴)  $\frac{3}{2}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{9}{4}$

(۱)  $\frac{4}{9}$

۴۰- در برآورد بازه‌ای برای میانگین جامعه با واریانس ۹، اندازه نمونه را از ۴ به ۹ افزایش می‌دهیم. اگر میانگین دو نمونه برابر باشد، طول

فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای میانگین جامعه چقدر تغییر می‌یابد؟

(۴) ۶

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

محل انجام محاسبات